

# 基于有限元模型的转子动平衡影响系数求解法<sup>\*</sup>

宾光富<sup>1,2</sup>, 姚剑飞<sup>2</sup>, 江志农<sup>2</sup>, 高金吉<sup>2</sup>

(1. 湖南科技大学机械设备健康维护湖南省重点实验室 湘潭, 411201)

(2. 北京化工大学诊断与自愈工程研究中心 北京, 100029)

**摘要** 在分析影响系数法平衡原理的基础上, 提出一种基于有限元模型分析的转子动平衡影响系数求解方法。根据转子系统物理结构尺寸, 借助 DyRoBeS 软件建立转子系统有限元模型, 通过在模型中所关注的节点施加虚拟不平衡量, 分析转子系统的横向振动响应, 获得转子在平衡转速下节点的振动幅值和相位。探讨了相位基准位置对影响系数的影响规律, 计算出转子系统各平衡转速下的影响系数, 实现无试重条件下的转子动平衡。以美国 Bently 单跨双转盘实验台为对象, 实测平衡转速分别在临界转速前后的影响系数, 结果表明, 该方法获得的影响系数与实测结果基本相符, 且相对误差较小。应用该方法可减少对动平衡经验的依赖和启机次数, 节省动平衡时间和成本。

**关键词** 有限元模型; 转子动平衡; 无试重; 影响系数; 相位基准

**中图分类号** TH133; TH113;

## 引言

转子是动力机械和工作机械中的主要旋转部件。统计资料表明: 在现场发生的机组振动故障, 按其原来分, 属于转子质量不平衡的约占 75%; 按激励力性质来分, 属于转子不平衡力的在 90% 以上。动平衡是目前最常采用的转子失衡振动故障处理方法, 而动平衡的关键是获取加重影响系数, 该系数常需要通过多次开车试重或者与同类型机组比较获得。对于大型旋转机械如压缩机组、汽轮发电机组等, 在满足转子平衡基本要求的前提下, 尽量减少启停机次数, 提高动平衡效率, 一直是人们研究的热点<sup>[1]</sup>。何衍宗等<sup>[2]</sup>用有限元法导出了转子上各结点的平衡响应对转子-轴承系统各参数灵敏度的计算公式。徐宾刚等<sup>[3]</sup>采用传递矩阵法建立转子系统的数学模型, 对转子的不平衡量进行优化搜索, 但要用传递矩阵法建立准确的转子系统数学模型困难较大。施维新<sup>[4]</sup>提出了轴系平衡一次加准法, 但需依靠丰富的现场经验。缪红燕等<sup>[5]</sup>提出采用有限元数值分析方法进行了柔性转子系统虚拟动平衡研究。王维民等<sup>[6]</sup>提出一种通过确定转子在轴承处的振动相位相对于平衡平面处的激励力的相位的滞后角和

幅值关系进行无试重现场动平衡方法。Kang 等<sup>[7]</sup>采用有限元方法模拟分析了不同测点和平衡面组合下获取影响系数进行柔性转子平衡的优化方案, 以减少动平衡过程启动试机次数。

笔者在转子动力学和有限元数值分析理论上, 分析了影响系数法平衡原理, 通过采用有限元方法对美国 Bently RK-4 双转盘转子实验台建模, 进行振动响应敏感性分析, 并按照刚性转子和柔性转子分别进行实验, 最后对仿真与实测获取的影响系数进行了比较分析。

## 1 影响系数与相位基准影响规律

### 1.1 影响系数法平衡原理

对于质量不平衡的转子系统的强迫振动微分方程<sup>[8]</sup>可以表示为

$$M\ddot{q} + (C + G)\dot{q} + Kq = f \quad (1)$$

其中:  $M$  为系统的质量矩阵, 对称阵;  $C$  为阻尼矩阵, 非对称阵;  $G$  为陀螺矩阵, 反对称阵;  $K$  为刚度矩阵;  $q$  为系统响应位移矢量, 一般由横向变形量  $r_x, r_y$  和转角  $\theta_x, \theta_y$  组成;  $f$  为作用在系统上的离心力。

振动响应和离心力可分别表示为

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目(2012CB026000); 国家自然科学基金资助项目(51135001, 51205121)

收稿日期: 2012-09-10; 修改稿收到日期: 2012-11-05

$$\begin{aligned} q &= re^{i\Omega t} e^{i\varphi} \\ f &= ue^{i\Omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $r$ 和 $u$ 分别为实测的振动响应和不平衡量; $\Omega$ 为转子角速度; $\varphi$ 为系统滞后角。

将式(2)代入式(1)可得

$$(K - \Omega^2 M + i(C + G)\Omega)re^{i\varphi} = u \quad (3)$$

$$A^{-1}r = u \quad (4)$$

其中: $A$ 为影响系数矩阵。

$$A = (K - \Omega^2 M + i(C + G)\Omega)^{-1} e^{-i\varphi} \quad (5)$$

由式(5)可知,影响系数矩阵 $A$ 与系统质量、刚度、阻尼、陀螺力矩、系统滞后角有关,且是转速的函数。目前, $A$ 可以通过在平衡面试重,测取测点处的不平衡响应进行计算获得。经平衡后的残余振动可表示为

$$r_{\text{residual}} = r_0 + Ap \quad (6)$$

其中: $r_0$ 为原始振动向量。

当 $p = -u$ 时,表示校正质量与原始不平衡量相反。若平衡后的残余振动要求为零,则式(6)可写为

$$p = -A^{-1}r_0 = -a_{ij}^{-1}r_0 \quad (7)$$

其中

$$a_{ij} = (r_{ij} - r_{i0})/w_i \quad (8)$$

其中: $r_{ij}$ 为平面 $j$ 上加试重 $w_i$ 后在第 $i$ 个测点的振动; $r_{i0}$ 为第 $i$ 个测点处的原始振动; $a_{ij}$ 则为第 $j$ 个平面上的单位不平衡量对第 $i$ 个测点的影响系数。

$a_{ij}$ 表示在转子上加单位(kg)质量、加在零度方向、半径为1 m处或固定半径处,在某一个振动测点上所呈现的振动矢量。它代表了某一台机组在指定的轴承上、在一定的转速下、使用一台固定的测振仪,测量获得的轴承振幅、相位与转子上加重大小、方向之间的一个关系常数。

## 1.2 相位基准对影响系数的影响规律

相位在影响系数的计算分析中非常重要,它是与基准位置的相对值,基准位置包括键槽的位置、键相器的位置和测振探头的位置。即便转子上高点位置 $H$ 不变,任何一种基准位置的变化都将使相位变化。根据相位与基准位置的关系,可分析基准位置改变对相位的影响规律<sup>[9]</sup>:

1) 若转子上的相位标记逆转向移动 $\alpha$ (即键槽位置变化),相位则变为 $\varphi - \alpha$ ,如图1(a)所示;

2) 若键相器探头逆转向移动 $\alpha$ ,相位则变为 $\varphi + \alpha$ ,如图1(b)所示;

3) 若测振探头逆转向移动 $\alpha$ ,相位则变为 $\varphi - \alpha$ ,如图1(c)所示。

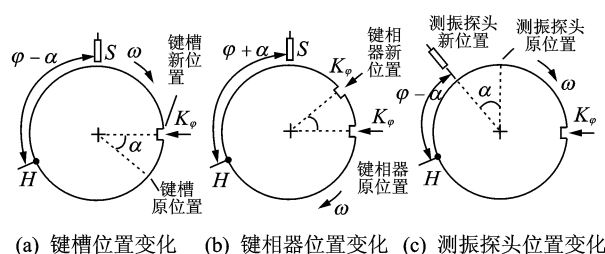


图1 基准位置与相位关系示意图

在实际动平衡过程中,测量系统的相位基准位置各不相同。因此,需根据以上规律进行振动相位的相应转换,再进行影响系数的计算,否则计算的影响系数将失去比较意义,很可能导致平衡失败。

## 2 转子系统有限元建模与分析

### 2.1 转子系统有限元建模

转子系统动力学特性分析主要采用传递矩阵法和有限元法,其中有限元法因直观和计算精度高而被广泛采用。笔者以美国 Bently Nevada 公司 RK-4 实验台为例,应用基于有限元方法的转子轴承载动力学专业分析软件 DyRoBeS 进行建模分析<sup>[10]</sup>。实验台基本结构参数如表1所示。

表1 Bently 转子实验台主要参数

参数	数值	参数	数值
材料密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	7 830	弹性模量/GPa	200
转轴直径/mm	10	转轴长度/mm	560
转盘质量/kg	0.9	轴承跨度/mm	375
直径转动惯量/(kg·mm <sup>2</sup> )	414	联轴器	弹性膜片
极转动惯量/(kg·mm <sup>2</sup> )	733	轴承类型	圆柱瓦
平衡螺钉质量/g	2.15	加重半径/mm	30

根据表1参数,采用 DyRoBeS 软件的 Rotor 模块对 Bently 转子实验台进行动力学有限元建模,如图2所示。

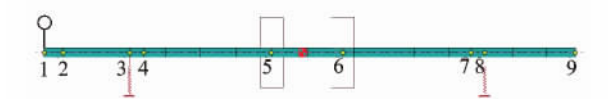


图2 基于有限元的转子模型

图2中节点1位置表示联轴器,节点3和8分别表示1#和2#轴承中心,节点5和6分别表示2个转盘中心位置,节点4和7分别表示转轴的2个测点位置。进行转子静态变形与轴承支反力分析,如图3所示。

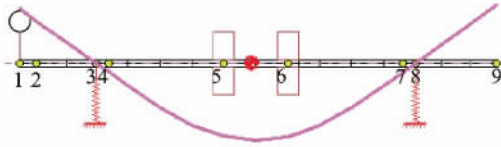


图 3 转子静挠度和轴承支反力

在转子系统有限元建模过程中,轴承参数的选择及其动力特性系数的计算非常关键,直接关系到建模的准确性和合理性。笔者采用 DyRoBeS 软件的 BePerf 模块对 Bently 实验台的圆柱瓦建模,其中轴承直径为 10 mm,轴瓦有限长度为 7 mm,半径间隙为 0.05 mm,轴承静载荷可从图 3 中获取。分析得到轴承主刚度和主阻尼系数如图 4 所示,其中刚度单位为 N/mm,阻尼单位为  $(\text{N} \cdot \text{s})/\text{mm}$ 。

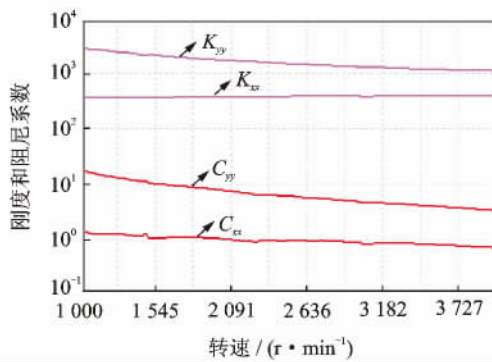


图 4 轴承刚度和阻尼系数

## 2.2 转子临界转速及振型分析

将图 4 中获得的轴承刚度和阻尼系数导入图 2 中的转子模型,分析转子系统前 2 阶无阻尼临界转速及振型如图 5 所示。

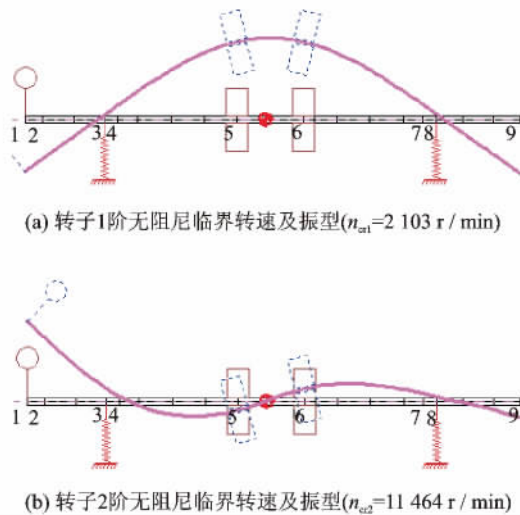


图 5 转子系统前 2 阶无阻尼临界转速及振型

## 2.3 转子的不平衡响应分析

为获得加重影响系数,在有限元模型节点 6 处施加虚拟不平衡量,进行不平衡响应分析,获得测点的振动响应。通过轴承附近处实测的振动幅值和相位,根据基于有限元模型分析的动平衡加重影响系数,可计算出所需的配重。为便于说明,在圆盘处即有限元模型节点 6 的  $0^\circ$  方向施加  $U=1 \text{ kg} \cdot \text{mm}$  的虚拟不平衡量,进行转子横向振动响应分析,得到节点 7 处的振动 Bode 图,如图 6 所示。

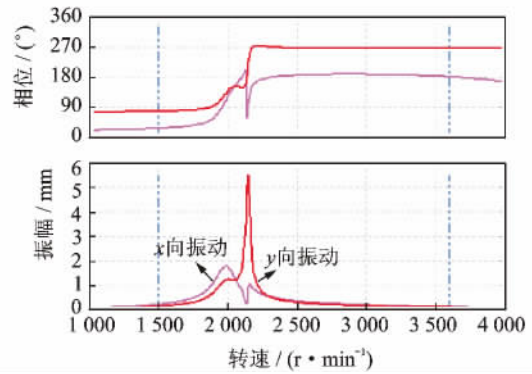


图 6 转子模型节点 7 处振动 Bode 图

为考虑临界转速前后情况,分别考虑转子上节点 7 处在 1 500 和 3 600 r/min 下  $x$  和  $y$  方向的振动幅值,如表 2 所示。

根据式(8),可求出节点 7 在 1 500 和 3 600 r/min 时  $x$  和  $y$  向的影响系数,如表 3 所示。

表 2 节点 7 处 1 500 和 3 600 r/min 下振动幅值

转速/ ( $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ )	$2x$ 幅值/ $\mu\text{m}$	$2x$ 相位/ $(^\circ)$	$2y$ 幅值/ $\mu\text{m}$	$2y$ 相位/ $(^\circ)$
1 500	211	27	126	78
3 600	121	178	89	255

表 3 节点 7 处部分转速下的影响系数

转速/ ( $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ )	$x$ 向影响系数/ $(\mu\text{m}^\circ \cdot \text{g}^{-1})$	$y$ 向影响系数/ $(\mu\text{m}^\circ \cdot \text{g}^{-1})$
1 500	$6.33 \angle 27^\circ$	$3.78 \angle 78^\circ$
3 600	$3.63 \angle 178^\circ$	$2.66 \angle 255^\circ$

## 3 实验研究与分析讨论

### 3.1 实验装置简介

实验装置由 Bently 转子实验台 RK4 系统和比利时 LMS 振动测试系统组成,如图 7 所示。其中,

电机旋转方向、电涡流传感器和键相探头安装位置如图中标注所示。

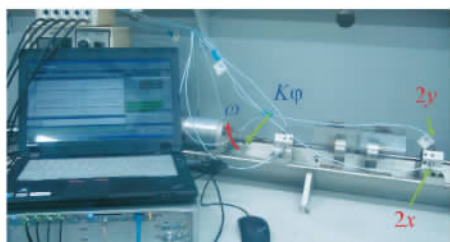


图7 Bently 双转盘转子实验台与测试系统

### 3.2 转子系统振动测试

在实验开始前,先测取2#轴承处300~3600 r/min升速过程中的Bode图,其中2x和2y的共振转速点分别为2200和2150 r/min左右(与2.2节中计算结果接近,说明有限元建模参数选择合理)。LMS Test. lab软件采集参数设置为:采样率为1024 Hz;分辨率为0.1 Hz。图8为转子在1500和3600 r/min稳定转速时,原始和试重下2#轴承处测得的转轴水平和垂直的基频振动。其中:A0表示原始振动;A01表示在转盘15°方向加1个螺钉的试重振动。

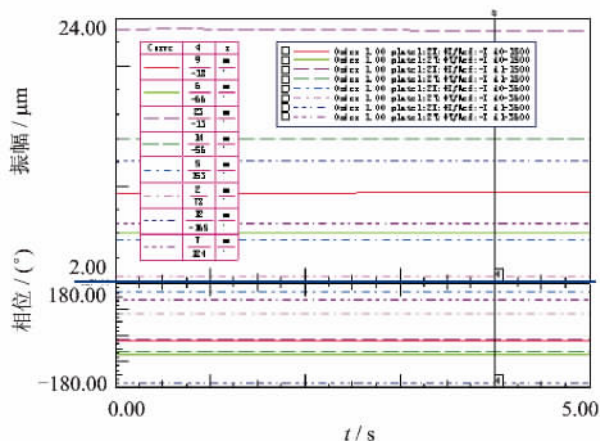


图8 转子在1500和3600 r/min下2#测点Bode图

从图8可获得转子分别在1500和3600 r/min下空转和试重时的振动响应,如表4所示。

表4 转子2#测点在1500和3600 r/min下的振动值

类别	转速/ (r · min <sup>-1</sup> )	2x 幅值/ μm	2x 相位/ (°)	2y 幅值/ μm	2y 相位/ (°)
原始	1 500	9	-18	6	-66
试重	1 500	23	-13	14	-56
原始	3 600	5	153	2	78
试重	3 600	12	-165	7	124

### 3.3 实验与仿真对比分析

由于LMS测试系统振动相位定义为标准脉冲信号前沿滞后于振动信号第1个负峰值的角度,与DyRoBeS模型分析中振动相位的定义不同<sup>[11]</sup>。为了便于比较分析,需对其进行相位转换。用180°减去LMS系统测得相位值,就可以将相位转换为通常意义上的相位值。在本实验测试中,由于传感器和键相器的安装位置与有限元模型分析中设置不同,具体情况如图9所示。

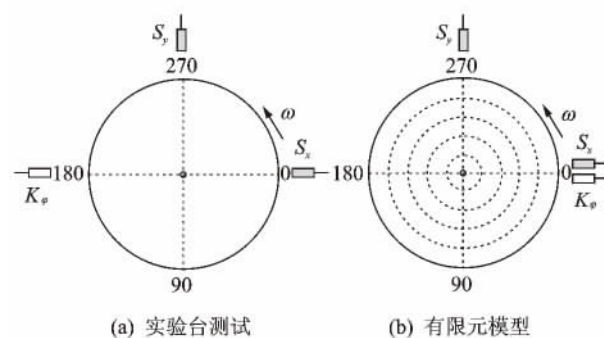


图9 振动传感器与键相器安装位置

根据上面分析可知,两者的相位基准不一致,因此需将实验测得的振动相位相加(或相减)180°进行转换后,计算的影响系数才具有可比性。经过以上两次转换,根据式(8)可计算出2#测点的影响系数,与采用有限元模型分析方法相比较,结果如表5所示。

表5 转子2#测点处实测与仿真影响系数比较

类别	转速/ (r · min <sup>-1</sup> )	x 向影响系数/ (μm · g <sup>-1</sup> )	y 向影响系数/ (μm · g <sup>-1</sup> )
实测	1 500	6.53 ∠ 25°	3.79 ∠ 64°
仿真		6.33 ∠ 27°	3.78 ∠ 78°
实测	3 600	4.16 ∠ 158°	2.69 ∠ 237°
仿真		3.63 ∠ 178°	2.66 ∠ 255°

由表5可知,采用有限元仿真分析方法得到的x向和y向影响系数与实验结果(包括幅值和相位)相比较,有如下特点:

1) 临界转速前后的两种情况下,采用仿真方法所得影响系数的幅值大小与实测结果相比偏小,但误差很小;

2) 采用仿真方法所得影响系数的相位大小与实测结果相比均偏大,在2~20°之间,且过临界转速之后的误差比临界转速之前的要大。

3) 仿真方法所得影响系数与实测值相比,y向较x向的相对误差要小,即y向的影响系数相对x

向影响系数要稳定。

针对采用有限元模型仿真所得影响系数相位较实测值偏大现象,分析其原因主要有两个方面:a. 实验中的轴承为自润滑轴承,没有采用恒定供油系统,轴承润滑特性系数难以实测获得,不能获得轴承精确模型,计算的刚度和阻尼系数与实际存在一定偏差;b. RK4 实验台的圆柱瓦轴承与轴承座之间嵌套了一个弹性圈,以增加系统阻尼,在有限元建模中没有计及该影响,因此导致响应相位角比实际值偏高。

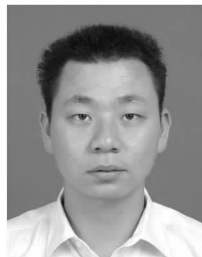
## 4 结束语

笔者提出了一种基于有限元模型分析的转子动平衡影响系数求解方法。该方法通过采用转子动力学有限元分析软件构建转子-轴承系统模型,在所关注的节点施加虚拟不平衡量,分析获得不同转速下测点处的振动幅值和相位,探讨了不同相位基准位置对计算动平衡影响系数的影响,实现准确、高效的转子动平衡,最大程度地减少开停机次数。通过与美国 Bently 双转盘转子实验台实测临界转速前后稳定转速下的影响系数比较,结果表明,该方法获得的影响系数与实测值相对误差较小,可最大程度地减少开停机次数,为转子系统尤其是能判断出失衡位置的转子系统进行无试重动平衡提供重要参考。另外,实际工程中的转子结构和边界条件复杂,如何构建准确的有限元计算模型成为应用本方法的关键,尤其是轴承工作和结构参数的准确获取,以便计算出更可靠和精确的影响系数,提高动平衡准确率和精度。

## 参 考 文 献

- [1] 高金吉. 机器故障诊治与自愈化[M]. 北京:高等教育出版社, 2012:113-114.
- [2] 何衍宗,王正,孙敬文. 转子-轴承系统的不平衡响应灵敏度的分析[J]. 清华大学学报:自然科学版, 1997, 37(8):11-13.  
He Yanzong, Wang Zheng, Sun Jingwen. Sensitivity analysis of unbalance response for rotor-bearing system [J]. Journal of Tsinghua University: Natural Science Edition, 1997, 37(8):11-13. (in Chinese)
- [3] 徐宾刚,屈梁生,孙瑞祥. 基于影响系数法的柔性转子无试重平衡法研究[J]. 西安交通大学学报, 2000, 34(7): 63-67.  
Xu Bingang, Qu Liangsheng, Sun Ruixiang. Balancing of flexible rotors without test weights[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2000, 34(7): 63-67. (in Chinese)

- [4] 施维新. 轴系平衡一次加准法的研究及应用[J]. 中国电力, 2005, 38(3): 47-53.  
Shi Weixing. Research and application of shafting balancing without trial weights[J]. Electric Power, 2005, 38(3): 47-53. (in Chinese)
- [5] 缪红燕,高金吉,徐鸿,等. 基于有限元法的柔性转子虚拟动平衡研究[J]. 振动、测试与诊断, 2004, 24(3): 14-18.  
Miao Hongyan, Gao Jinji, Xu Hong, et al. A study of virtual balancing of flexible rotor based on finite element method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2004, 24(3):14-18. (in Chinese)
- [6] 王维民,高金吉,江志农,等. 旋转机械无试重现场动平衡原理与应用[J]. 振动与冲击, 2010, 29(2): 212-215.  
Wang Weimin, Gao Jinji, Jiang Zhinong, et al. Principle and application of no trial weight field balancing for a rotating machinery [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(2):212-215. (in Chinese)
- [7] Kang Y, Lin T W, Chang Y J, et al. Optimal balancing of flexible rotors by minimizing the condition number of influence coefficients[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(7): 891-908.
- [8] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等. 高等转子动力学——理论、技术与应用[M]. 北京:机械工业出版社, 1999: 1-2.
- [9] 寇胜利. 汽轮发电机组的振动及现场平衡[M]. 北京:中国电力出版社, 2007:47-48.
- [10] Chen W J, Gunter E J. Introduction to dynamics of rotor-bearing systems[M]. Victoria, UK: Trafford Publishing, 2010.
- [11] 宾光富,赵庆亮,江志农,等. 基于影响系数和滞后角的相位测定含义分析方法[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(3):380-383.  
Bin Guangfu, Zhao Qingliang, Jiang Zhinong, et al. Analysis of phase measurement based on influence coefficient and lag angle[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(3):380-383. (in Chinese)



第一作者简介:宾光富,男,1981年10月生,讲师、博士研究生。主要研究方向为转子动力学、机械动态测试、轴系动平衡。曾发表《基于影响系数和滞后角的相位测定含义分析方法》(《振动、测试与诊断》2012年第32卷第3期)等论文。  
E-mail: abin811025@163.com



## Fault Diagnosis Method for Mine Hoist Based on Ontology

*Li Juanli, Yang Zhaojian*

(College of Mechanical Engineering, Taiyuan University of Technology Taiyuan, 030024, China)

**Abstract** In traditional fault diagnosis system, knowledge representation is single, the adaptive and learning ability of fault diagnosis reasoning method is weak, which leads to the results of diagnosis reasoning instability. This study proposed a new fault diagnosis method based on ontology. Through analyzing the fault diagnosis knowledge, the formal definition is given the mine hoist fault ontology is established, and the knowledge system of the mine hoist fault semantic ontology is set up. Then the mapping is achieved from fault phenomenon ontology to the fault reason one through the new association rules algorithm of affairs reduction and depth-first search. Hereby the fault source is located and the most suitable fault solution is found out. Experiment results show that the problem of knowledge sharing and reuse in fault diagnosis system can be solved based on this method. While the intelligent diagnosis is effectively realized, the diagnostic accuracy of fault diagnosis system and reliability are also improved.

**Keywords** ontology, mine hoist, fault diagnosis, association rules

## Solving Method of Influence Coefficient for Rotor Dynamic Balancing Based on Finite Element Model

*Bin Guangfu<sup>1,2</sup>, Yao Jianfei<sup>2</sup>, Jiang Zhinong<sup>2</sup>, Gao Jinji<sup>2</sup>*

(1. Health Maintenance for Mechanical Equipment Key Lab of Hunan Province, Hunan University of Science and Technology Xiangtan, 411201, China)

(2. Diagnosis and Self-Recovering Research Center, Beijing University of Chemical Technology Beijing, 100029, China)

**Abstract** A new solving method of influence coefficient for rotor dynamic balancing is developed on the basis of analyzing the principle of influence coefficient balancing. The finite element model is established based on the rotor physical structure by using DyRoBeS software. The lateral vibration response is analyzed after adding virtual unbalance force on the attention node of finite element model. Meantime, the law of phase benchmarks to influence coefficient is studied. Therefore, it can be calculated the balancing speed influence coefficients of the rotor system according to the node vibration amplitude and phase of the balancing speed, which take the rotor dynamic balancing without trial weight. Finally, the bent single span and single disk test rig is taken as an example to measure the influence coefficients below the critical speed and over the critical speed, respectively. The results show that the influence coefficient of the proposed method is consistent with the measured method and the relatively error is small. This method can reduce the dependence of dynamic balancing experience and the on-off times to save the dynamic balance time and cost.

**Keywords** finite element model, rotor dynamic balancing, no trial weight, influence coefficient, phase benchmark

## Transverse Vibration Analysis of the Riser in Deepwater

*Li Zifeng<sup>1,2</sup>, Wang Peng<sup>2</sup>, Zhao Min<sup>1</sup>, Li Xuejiao<sup>1</sup>*

(1. College of Vehicles and Energy, Yanshan University Qinhuangdao, 066004, China)

(2. Key Laboratory of Enhanced Oil Recovery of the Ministry of Education, Northeast Petroleum University Daqing, 163318, China)

**Abstract** In this paper, considering the combined action of inside and outside fluid on the riser, transverse vibration partial differential equation is derived, and solved with finite difference method. Meanwhile,