

# 基于有限元的多转子串联轴系 扭转振动特性分析

李波波, 宾光富, 韩清凯, 李学军

(湖南科技大学 机械设备健康维护湖南省重点实验室 湖南 湘潭 411201)

**摘 要:** 以石化行业中典型三机组为对象, 采用有限元方法分析了多转子串联轴系扭转振动特性. 应用 Dyrobes 软件, 采用积木式建模思想, 构建了典型三机组扭转振动有限元实体模型, 并分析了轴系扭转振动的 Campbell 图以及临界转速与振型等特性. 结果表明多转子串联轴系的扭转共振临界转速点有效地避开了工作转速的  $\pm 10\%$ , 以及二倍频与各阶临界转速的交点均不在工作转速安全裕值范围内, 符合 API 工程标准. 该方法建模简单、直观, 可为多转子串联轴系转子的设计及机组安全运行提供理论及技术支持.

**关键词:** 有限元; 多转子串联轴系; 动力学建模; 扭转振动

**中图分类号:** TH-39 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2014)02-0031-05

## The method of multi-rotor tandem shafting torsional vibration characteristic analysis based on the finite element

LI Bo-bo, BIN Guang-fu, HAN Qing-kai, LI Xue-jun

(Hunan Provincial Key Laboratory of Health Maintenance for Mechanical Equipment,  
Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** Taking the typical three units multi-rotor tandem shafting in petrochemical industry as an example, the method of finite element was used to analyse the torsional vibration characteristic of multi-rotor tandem shafting. By the Dyrobes and the idea of brick pattern, the typical model, that was three units multi-rotor tandem shafting entity model was established, then the Campbell drawing, critical speed and vibration mode of multi-rotor tandem shafting were analysed. Results show that the torsional resonance critical speed point avoid effectively  $\pm 10\%$  of the working speed, and the intersections of double frequency and all the critical speeds are beyond the scope of work speed safety margin, which comply with the API engineering standards. The modeling is simple and intuitive, together, the research provide theoretical and technical support for the design of multi-rotor tandem shafting and safe operation of the unit shaft rotor.

**Key words:** finite element; multi-rotor tandem shafting; dynamics modeling; torsional vibration

旋转轴系的扭转振动既是动力传动系统的基本振动形式之一,也是影响旋转机械整体性能的重要因素. 目前石化行业中烟机-压缩机-发电机等组成的多转子串联轴系旋转机构结构复杂,耦合性

强,当轴系受到突发性或持续性的干扰扭矩时,易引发扭转振动疲劳破坏,而严重的曲轴扭振甚至还可能发生断轴等重大事故<sup>[1-6]</sup>. 为此,构建科学合理的多转子串联轴系动力学模型,开展轴系扭转振

收稿日期: 2013-12-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375162, 51205121)

通信作者: 宾光富(1981-),男,湖南衡山人,博士,副教授,主要从事转子动力学、机械动态测试等方面的研究. E-mail: abin811025@163.com

动特性分析,掌握轴系扭转振动的动力学行为显得尤为重要。

近年来国内外学者对轴系扭转振动特性分析开展了大量研究,并取得了一些有价值的成果。王正、李德玉<sup>[7]</sup>利用有限元数值计算方法,系统研究了发电机转子本体部分的扭转刚度及其主要的影响因素。崔亚辉<sup>[8]</sup>建立了齿轮-转子系统非线性动力学模型,并从多项谐波平衡法与求解非线性方程组的最小二乘解的广义逆法相结合求解近似解析解的角度分析了齿轮副扭转振动特性。上官文斌等<sup>[9]</sup>建立了发动机曲轴系统扭转振动的集总参数模型,利用集总参数模型计算分析了曲轴系统的固有频率和在气缸压力的作用下曲轴前端的扭振。侯东晓等<sup>[10]</sup>通过传递函数法推导出任意轴上的扭转振动响应公式,并由连续动力学模型得出传动系统的扭转振动特性。蔡仲昌等<sup>[11]</sup>基于拉格朗日方程建立了车辆动力传动系统纯扭转振动模型,研究了不同工况下传动系统扭转振动固有特性。徐进友<sup>[12]</sup>建立了转子轴系二自由度扭转振动模型,分析了机电耦联振动系统的模态跃迁现象,并采用级数解法求解了二自由度模型的稳态响应。通过仿真分析了转子轴系扭转振动的幅频特性。许增金、王世杰<sup>[13]</sup>利用 Ansys 有限元软件建立了往复压缩机轴系扭振有限元模型,开展了各轴系的模态和瞬态动力分析。Huang<sup>[14]</sup>使用复数表示的有阻尼系统的拓展传递矩阵分析了 3 个自由端的单分支系统的扭转振动。Singh<sup>[15]</sup>建立了一个简单分支系统的简化三质量模型,并使用常规传递矩阵法进行了自由扭转振动分析。Crowther<sup>[16]</sup>使用了通用有限元方法建立了复杂车辆动力传动系统的扭振计算模型,进行了自由振动和瞬态振动分析。

综上所述,涉及简化多转子轴系扭转振动计算模型时,通常按照物理规律或根据经验将系统简化为集总质量模型、连续体模型或三维模型 3 种模型<sup>[17]</sup>。集总质量模型计算精度较为粗略,而三维模型建模较为复杂。基于此,本文结合集总质量模型和有限元分析的特点,采用积木式建模思想,应用转子动力学 Dyrobes 软件,构建了石化行业中烟机-压缩机-发电机典型三机组多转子串联轴系模型,并进一步分析其轴系扭转振动 Campbell 图以及临界转速与振型等特性。

## 1 多转子轴系扭转振动方程

对多转子轴系的扭振分析是在建立多转子轴系力学模型基础上,基于有限元思想建立离散化模

型并进行计算分析的。首先按照集总参数法的原则,根据多转子轴系可以将其简化为简支力学模型或者分支力学模型,然后依据有限元思想,将多转子轴系离散为有限个单元,且每个单元通过和相邻单元的公共惯性圆盘即结点,连接成一个统一体。

根据牛顿运动定律,对于有限元模型单元  $e_2$  个结点  $i$  和  $j$ ,惯量  $I$ ,刚度  $k$ ,角位移  $\theta$ ,结点力矩  $M$ ,阻尼  $c$ ,其扭转振动模型如图 1 所示:

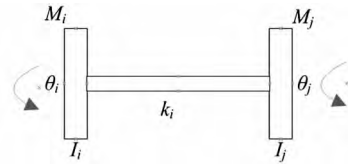


图 1 单元扭转模型

由单元扭转模型可得结点  $i$  和  $j$  的扭转振动动力学方程:

$$I_i^e \ddot{\theta}_i + k_i(\theta_i - \theta_j) + c_i(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j) + c_i^e \dot{\theta}_i = M_i^e. \quad (1)$$

$$I_j^e \ddot{\theta}_j - k_i(\theta_i - \theta_j) - c_i(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_j) + c_j^e \dot{\theta}_j = M_j^e. \quad (2)$$

经过整理写成矩阵的形式为

$$\begin{bmatrix} I_i^e & \\ & I_j^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_i \\ \ddot{\theta}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_i & -k_i \\ -k_i & k_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i & -c_i \\ -c_i & c_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i^e & \\ & c_j^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_i^e \\ M_j^e \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式中,令单元惯量阵  $[I^e] = \begin{bmatrix} I_i^e & \\ & I_j^e \end{bmatrix}$ ,

单元刚度阵  $[k^e] = \begin{bmatrix} k_i & -k_i \\ -k_i & k_i \end{bmatrix}$ ,

单元轴段阻尼阵  $[c^e] = \begin{bmatrix} c_i & -c_i \\ -c_i & c_i \end{bmatrix}$ ,

单元干扰阻尼阵  $[c^e] = \begin{bmatrix} c_i^e & \\ & c_j^e \end{bmatrix}$ .

于是有限元单元的扭转振动动力学方程:

$$[I^e]\{\ddot{\theta}\} + [k^e]\{\theta\} + [c^e]\{\dot{\theta}\} + [c^e]\{\dot{\theta}\} = \{M^e\}. \quad (4)$$

因为结点  $i$  处于平衡状态,因而作用在结点  $i$  上的所有力矩必有:

$$\sum_{ej} M_i^e = p_i. \quad (5)$$

结合单元扭振方程式(4)和结点平衡方程式(5),即可得到系统各个结点力矩平衡方程组成的方程组,亦即系统扭转振动的整体运动平衡方程为

$$[I]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} + [C]\{\dot{\theta}\} = \{p\}. \quad (6)$$

式中,  $[I]$  整体惯量矩阵;  $[K]$  整体刚度矩阵;  $[C]$  整体阻尼矩阵;  $\{\ddot{\theta}\}$  角加速度向量;  $\{\dot{\theta}\}$  角速度向量;  $\{\theta\}$  角位移向量;  $\{p\}$  载荷向量。

2 典型三机组动力学建模

2.1 典型三机组简介

实际烟机-压缩机-发电机等组成的多转子串联轴系结构即为典型的三机组轴系结构. 机组利用烟机回收再生烟气的热量带动压缩机运转,传递的动力通过齿轮减速,带动发电机发电. 而针对脱开烟机的机组,电动机与变速器以膜片联轴器联接. 变速器通过膜片联轴器带动压缩机压缩气体做功.

三机组中转子是一个质量连续分布的弹性构件,各物理参数均具有连续分布特性. 将转子系统有限离散化后,离散系统具有有限个自由度,描述其扭转振动的动力学方程即为上节所示的常微分方程. 针对转子系统中带有的离散的叶轮、具有分布质量及弹性的轴段、支撑等部件,在建立有限元模型时,可以沿轴线把转子系统划分为圆盘、轴段和支撑等单元,而各单元间彼此用节点连接.

2.2 机组轴系动力学建模

根据烟机-压缩机-发电机多转子串联轴系机组的基本结构参数和尺寸,采用 DyRoBeS 软件分别对多转子串联轴系机组的烟机、压缩机、发电机、减速箱、联轴器、轴承等实体部件逐一开展动力学有限元建模.

在 DyRoBeS Rotor 软件中用计算站(Station)对转轴进行划分,每一站下可以再分为若干子站. 具体的建模原则有:轴段模化为圆柱、叶轮复杂圆盘结构采用集总质量和惯性矩模拟、

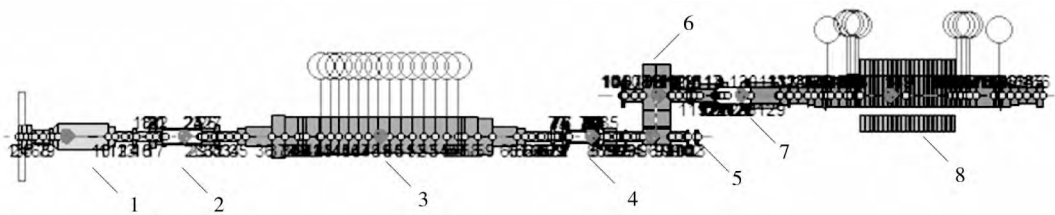
刚性联轴器视为轴段考虑等. 根据建模原则,凡是轮盘、集总质量、支承所在的位置均划分出 1 个节点单元;轴截面发生变化的地方划分出 1 个新的单元轴段;轴上其他希望得到该位置状态参数的地方,也划分出单独的 1 个单元体. 例如轴划分为轴单元,压缩机叶片简化为带有转动惯量的集总质量单元,而止推片等直径和质量均较小的零件的转动惯量则忽略不计.

在构建三机组各个实体部件有限元模型基础上,采用多转子轴系积木式建模方法,并结合联轴器扭转刚度,建立烟机-压缩机-发电机多转子串联轴系整机动力学有限元模型,如图 2 所示.

各转子间联轴器采用假支撑模化处理,由于各转子直接采用靠背轮进行刚性连接,故可将联轴器视为轴端的一部分,其连接刚度处理为等于或者大于相应轴端处的刚度值,在模型中,将轴承的刚度参数设置为  $10^8$  N/mm,该值明显大于轴段刚度值.

针对常规的扭转系统,阻尼一般可使用临界阻尼因子 0.01~0.05 来表述系统阻尼等级,在该三机组有限元模型中将阻尼系数设为 0.02.

在构建了整机组基于 DyRoBeS 的转子动力学有限元模型后,对转子模型关键属性参数进行分析和计算以检查和校核模型参数. 现针对整机组烟机-压缩机-发电机多转子串联轴系有限元模型,运用 DyRoBeS 软件,分析出转子模型的关键属性参数如表 1 所示.



1. 烟机; 2. 联轴器; 3. 压缩机; 4. 联轴器; 5. 小齿轮; 6. 大齿轮; 7. 联轴器; 8. 发电机  
图 2 机组轴系整体模型

表 1 机组转子等效刚体属性参数

转子 编号	左端点位置 /mm	长度 /mm	质心位置 /mm	质量 /kg	直径转动惯量 /(kg·m <sup>2</sup> )	极转动惯量 /(kg·m <sup>2</sup> )	速度比率
1	0	2 236.3	731.5	1 814.8	752.2	312.1	1.0
2	2 036.3	1 070.0	2 565.7	275.4	50.5	5.2	1.0
3	2 836.3	5 610.5	5 554.9	9 504.1	13 450.0	448.9	1.0
4	8 416.3	807.0	8 835.9	157.3	12.8	2.9	1.0
5	9 018.3	1 452.0	9 774.9	420.6	52.2	3.1	1.0
6	9 298.3	1 463.0	9 860.5	2 936.7	302.4	320.4	0.3
7	10 505.3	1 205.0	11 154.7	641.9	88.2	20.5	0.3
8	11 268.3	4 515.0	13 699.1	11 971.0	9 956.0	1 476.6	0.3

从表 1 中可知,各个转子模型总长度、转子总重量、转动惯量、质心位置等与设计图中数据基本一致,表明所建模型正确。如若数据与设计图纸不一致,则需进一步检查和调整模型参数。

### 3 典型三机组动力学扭振分析

根据 2.2 节建立的机组有限元动力学模型,进行三机组轴系扭转振动分析,具体包括三机组的扭转振动 Campbell 图及前六阶扭转振动临界转速与振型。

#### 3.1 Campbell 图形分析

在三机组多转子串联轴系运行过程中,当电动机升速或降速时,系统将会遇到多个临界转速,即会发生多次共振;但在升速或降速过程中短时间通过临界转速不会建立起共振工况,因此最需要关注的是在发动机工作转速范围内出现的临界转速,以及根据齿轮箱速比 0.284 6:1 下计算得出的压缩机工作转速范围内出现的临界转速。三机组多转子串联轴系中发电机转子工作转速为 1 480 r/min,烟机转子工作转速为 5 200 r/min。根据 API 标准,轴系扭转共振临界转速点至少应避开工作转速的  $\pm 10\%$ ,并应避免二倍频与临界转速重合。所以在轴系扭转振动 Campbell 图中预先设定工作转速安全阈值范围 1 332 ~ 1 628 r/min 和 4 680 ~ 5 720 r/min。

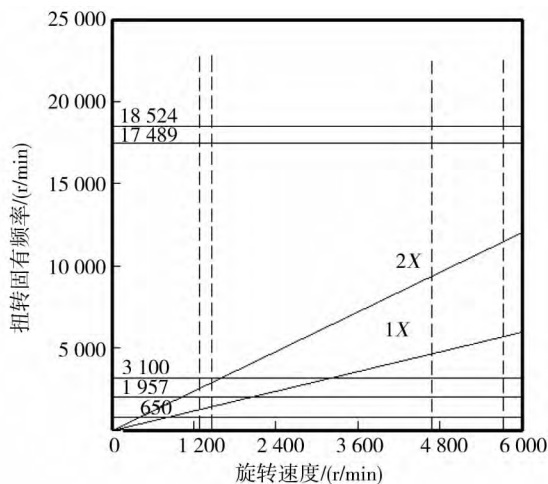


图3 三机组轴系扭转振动 Campbell 图

由图 3 可知,三机组扭转振动前五阶分别为 650 r/min, 1 957 r/min, 3 100 r/min, 17 489 r/min, 18 524 r/min。激励一倍频与一阶扭转振动临界相交于 675 r/min, 激励二倍频与二阶扭转振动临界相交于 1 000 r/min。两交点均不在所设定的工作转速的  $\pm 10\%$  内,同时激励二倍频工作线与扭转振动各阶临界转速的交点均不在裕值范围内,所以三机组中烟机转子及电机转子符合 API684 传动链扭转振动分析的通用设计准则——所有扭转固有频率

与系统运行转速范围内的可能激励频率隔离裕度 10% 以上,同理相应其他转子的设计判定可获取。而如果上序隔离裕度没有满足,则需要开展进一步的应力分析来确定扭转共振不会对系统造成伤害。

#### 3.2 扭转振动临界转速与振型

轴系前六阶扭转振动临界转速与振型如图 4 所示,三机组扭转振动前六阶振动频率依次为: 10.8 Hz, 32.6 Hz, 51.7 Hz, 291.5 Hz, 308.7 Hz, 347.7 Hz, 转换为振动临界转速的表达形式即为 648 r/min, 1 956.6 r/min, 3 099.6 r/min, 17 488.8 r/min, 18 523.8 r/min, 20 861.4 r/min, 与 Campbell 图形计算结果误差 5% 以内,验证了模型计算的正确性。

在不同临界转速下,三机组扭振振型不同。在同一扭转振动模态下,三机组各个转子部件的扭转程度亦有所差异。针对联轴器而言,刚度较大(工程图纸提供刚度设计参数依次为 6.11 MNm/rad, 3.2 MNm/rad, 11.19 MNm/rad),所以联轴器扭转变形较小。但三机组整机组件均遵循转子扭矩大则产生较大扭矩角度位移差的规律。前六阶振动角位移较大的转子依次为:一阶发电机,二阶烟机,三阶齿轮减速箱,四阶烟机,五阶发电机,六阶压缩机。以上转子处扭矩较大,是机组工作运转过程中的薄弱环节。在具体的生产实践当中,除了确保机架传动轴上各连接螺栓进行检查和紧固之外,还需确保机组工作转速避开相应的临界转速点,以免引起机械共振,以保障机组安全运行。

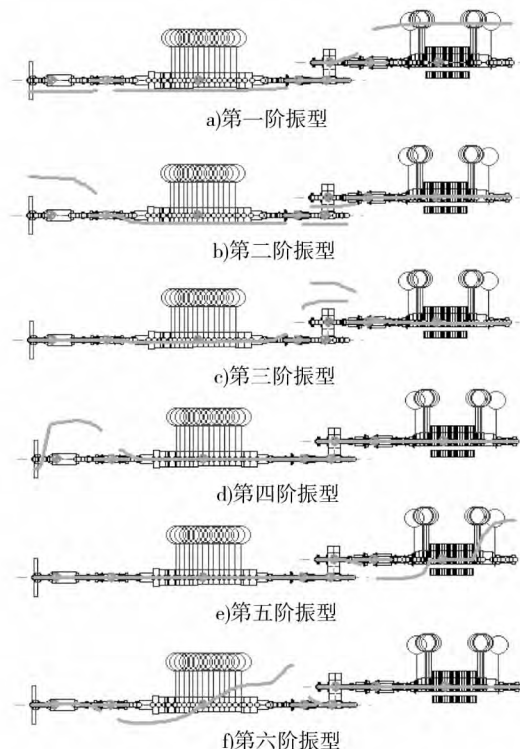


图4 机组轴系扭转振动前六阶振动模态

## 4 结论

本文使用有限元方法分析了多转子串联轴系的扭转振动特性.该方法结合积木式建模思想,采用 Dyrobes 软件对典型三机组多转子串联轴系进行了动力学建模,并直观获取了三机组多转子串联轴系扭转振动 Campbell 图以及临界转速与振型特性,从其特性分析结果来看,三机组多转子串联轴系的扭转共振临界转速点有效地避开了工作转速的  $\pm 10\%$ ,同时也避免了二倍频与临界转速的重合,符合 API 工程标准.该方法建模简单,能有效地分析多转子串联轴系扭转振动特性,可为多转子串联轴系转子的设计及机组安全运行提供理论及技术支持,同时今后还可进一步研究多转子串联轴系的动力学连接件联轴器在不同扭转刚度下对轴系的扭转振动特性的影响,以最大程度地深入了解轴系扭转振动特性,确保机组运作的稳定性及安全性.

### 参考文献:

- [1] Shi P M, Liu B, Hou D X. Global dynamic characteristic of nonlinear torsional vibration system under harmonically excitation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 22(1): 132 - 139.
- [2] Chen W J, Gunter E J. Introduction to dynamics of rotor - bearing systems[M]. Victoria: Trafford Publishing, 2010.
- [3] 胡建涛. 600MW 汽轮发电机组转子轴系振动特性研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2013.
- [4] 缪红艳. 耦联机组轴系动力学响应有限元分析[J]. 石油化工设备, 2004, 33(6): 29 - 34.
- [5] 徐龙翔. 高速旋转机械轴系动力学设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [6] 马逢峻. 基于瞬态动力学的 EQ4H 发动机轴系扭转振动研究及减振器开发[D]. 上海: 上海交通大学, 2007.
- [7] 王正, 李德玉. 大型汽轮发电机转子的扭振模化及其实验验证[J]. 中国电机工程学报, 1994, 14(1): 27 - 33.
- [8] 崔亚辉. 齿轮 - 转子 - 滑动轴承系统非线性动力学特性的理论和试验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- [9] 上官文斌, 陈超, 段小成. 发动机曲轴系统扭转振动建模与实测分析[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(4): 560 - 567, 686.
- [10] 侯东晓, 刘彬, 时培明. 旋转机械传动系统连续扭转动力学建模与仿真[J]. 中国机械工程, 2010, 21(1): 30 - 34.
- [11] 蔡仲昌, 刘辉, 项昌乐, 等. 车辆行星传动系统扭转振动固有特性及灵敏度分析[J]. 中国机械工程, 2011, 22(1): 96 - 101.
- [12] 徐进友. 水轮发电机转子轴系机电耦联振动研究[D]. 天津: 天津大学, 2009.
- [13] 许增金, 王世杰. 往复压缩机轴系扭振的数值分析[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(3): 100 - 104.
- [14] Huang Y M, Horng C D. Extended transform matrix method with complex numbers for branched torsional systems[J]. Journal of Vibration and Control, 2001, 7(2): 155 - 166.
- [15] Singh V P, Samir S, Nand T. Torsional vibrations in branch system - A transfer matrix approach[J]. Journal of the Institution of Engineers (India): Mechanic Engineering Division, 2002, 83(April): 52 - 55.
- [16] Crowther A R, Zhang N. Torsional finite elements and nonlinear numerical modelling in vehicle powertrain dynamics[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 284(3 - 5): 825 - 849.
- [17] 唐斌, 薛冬新, 宋希庚. 复杂分支轴系扭转振动分析的研究进展[J]. 噪声与振动控制, 2009(3): 1 - 5.